論文　フレッシュコンクリートの流動問題への粒子法の適用

入部　綱清[*1]・伊良波　繁雄[*2]・富山　潤[*3]・松原　仁[*4]

要旨：従来，フレッシュコンクリートの流動特性の解析的研究は差分法，有限要素法などが用いられてきた。本論文では，自由境界を容易に表現できるセルや要素を必要としない粒子法の一種であるMPS(Moving particle semi-implicit)法を構成則にビンガムモデルを用いたフレッシュコンクリートの流動解析に適用する方法を示す。本解析手法の妥当性を示すため，Lフロー試験を対象に解析を行い，良好な結果を得た。

キーワード：MPS，ビンガムモデル，レオロジー，L型フロー試験

1.　はじめに

近年，構造物の複雑化に伴い，配筋の過密化や充填確認の困難な部分でのコンクリート打設時における施工不良が問題となっている。そのため，従来のコンクリートより充填性に優れた高流動コンクリートの開発が盛んに行われており，その流動特性を力学的に評価しようとするレオロジー的な研究も盛んに行われている。

また，計算機性能の発達に伴い，各種の数値計算手法が工学分野においては，構造解析，流体解析などの諸問題の解析に適用されている。

フレッシュコンクリートの流動特性の解析的研究では差分法，有限要素法などが広く用いられてきた[1),2),3),4)]。しかし，差分法では流動条件によって空セルが生じ，境界条件が複雑になると適用が困難になる。また，有限要素法では変形に伴い歪んだ要素の発生により，解が発散する可能性があるなどの問題点がある[3)]。

このため本研究では，コンクリート構造物の施工不良や流動特性の評価のための基礎的研究として必要な流動解析法を提案した。救解法として，非圧縮性流れを解析する有力な解析法の一つであり，自由境界の大変形を容易に表現でき，セルや要素を必要としない粒子法の一種であるMPS(Moving particle semi- implicit)法[5)]をフレッシュコンクリートの流動解析に適用した。

2.　MPS法

MPS法は連続体を解く有力な数値解析法の一つである。自由境界の大変形を容易に表現でき，また，通常のEuler的方法とは異なり，格子を用いず，移流項の離散化を行わなわない完全ラグランジェ法であるため，移流項による数値拡散を生じることがない。

2.1　流体の基礎式

非圧縮性流体の支配方程式は，次式の連続の式とNavier-Stokes式で与えられる。

$$\nabla \cdot u = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla)u = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2 u + F \tag{2}$$

ここで，∇：勾配，∇^2：ラプラシアン，u：流速ベクトル，p：圧力，ρ：流体の密度，F：外力ベクトル，ν：粘性係数である。また，本解析ではNavier-Stokes式を誘導する際に用いられる式(3)で示す構成式の代わりに次項で説明するフレッシュコンクリートの構成式を用いた。

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\eta\dot{\varepsilon}_{ij} \tag{3}$$

ここで，τ_{ij}，$\dot{\varepsilon}_{ij}$はそれぞれ粘性流体の応力成分，ひずみ速度成分である。Pは静水圧，δ_{ij}はクロネッカーデルタ，ηは粘性係数である。

*1 琉球大学大学院　理工学研究科　環境建設工学科専攻　(正会員)
*2 琉球大学助教授　工学部環境建設工学科　博士(工学)　(正会員)
*3 琉球大学助手　工学部環境建設工学科　博士(工学)　(正会員)
*4 琉球大学大学院　理工学研究科　環境建設工学科専攻　(正会員)

2.2 離散化

MPS 法では，式(2)の右辺の圧力項，粘性項，外力項(重力項)の各項について特殊な離散化が行われる。この離散化手法を簡単に示す。

支配方程式の式(2)には微分演算子として勾配とラプラシアンが含まれる。例えば粒子 i のある物理量を ϕ とすると勾配とラプラシアンはそれぞれ次式で表される。

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\phi_j - \phi_i}{\left| r_j - r_i \right|^2} (r_j - r_i) w(\left| r_j - r_i \right|) \right] \tag{4}$$

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{j \neq i} \left[(\phi_j - \phi_i) w(\left| r_j - r_i \right|) \right] \tag{5}$$

ここで，j は近傍粒子番号，d は次元数，w は粒子間相互作用モデルより求めた重み関数であり，次式で表される。

$$w(r) = \begin{cases} \dfrac{r_e}{r} - 1 & r \le r_e \\ 0 & r_e < r \end{cases} \tag{6}$$

r は粒子間距離であり，r_e は粒子間相互作用の及ぶ範囲の半径である。また，式(4), (5)の n^0 は初期配置から求められた粒子数密度である。

粒子数密度は重み関数を用いて次式で定義する。

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} w(\left| \vec{r}_j - \vec{r}_i \right|) \tag{7}$$

式(7)は粒子 i において，粒子 i とその近傍粒子である各粒子との重みの和を表している。ここでは，粒子 i 自身の重みは無限大になるので，和の中には含めない。

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} \left[w(\left| \vec{r}_j - \vec{r}_i \right|) \left| \vec{r}_j - \vec{r}_i \right|^2 \right]}{\sum_{j \neq i} \left[w(\left| \vec{r}_j - \vec{r}_i \right|) \right]} \tag{8}$$

式(8)の係数 λ は変数分布の分散を解析解と一致させるための係数である。

2.3 基本アルゴリズム

MPS 法のアルゴリズムは，次式の非圧縮条件を満足させる必要がある。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \tag{9}$$

そのため密度と比例関係にある粒子数密度を一定に保たなければならない。MPS 法では初期配置から粒子数密度 n^0 と毎ステップ計算される粒子数密度 n^* を一致させることで非圧縮条件を満たしている。

式(2)を解くには，はじめに運動量保存則の圧力項以外の項を計算し，仮の速度 $\vec{U}_i^*$ と位置 $\vec{R}_i^*$ を求める。

$$\vec{R}_i^* = \vec{R}_i^n + \vec{U}_i^* \Delta t \tag{10}$$

仮の位置 $\vec{R}_i^*$ で求められる粒子数密度 n^* は n^0 とは一致していない。このため，粒子の圧力と修正速度は，n^* から n^0 への修正量から陰的に計算される。

$$\nabla^2 P^{n+1} = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n_i^* - n^0}{n^0} \tag{11}$$

式(11)は連立一次方程式であり，ここで得られた粒子 i と j の圧力差を陰的な Poisson 方程式に代入し修正速度 $\vec{U}_i'$ が得られる。最後に $\vec{U}_i'$ より修正される変位 $\vec{U}_i' \Delta t$ を仮の位置 $\vec{R}_i^*$ に加え，次のステップの位置 $\vec{R}_i^{n+1}$ とし，1 ステップが終了する。**図-1** に MPS 法のフローチャートを簡単に示す。なお MPS 法の詳細は文献 5)に詳しく述べられている。

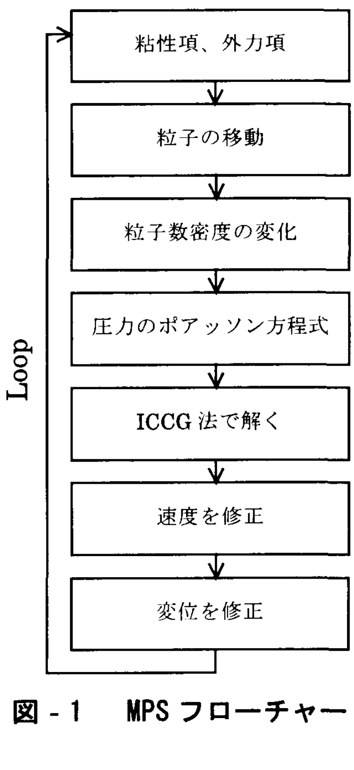


図-1 MPS フローチャート

3. フレッシュコンクリートの構成則

本手法ではフレッシュコンクリートを**図 - 2** のような応力とひずみの関係を満たすビンガム流体として扱う。ビンガム流体はせん断応力が降伏値を超えるまでひずみ速度がゼロであり本手法では解析が不可能である。そこで本手法ではせん断応力が降伏値に達するまでを高い粘性を持つ流体とし，流動速度を非常に小さくすることで不動状態として扱う。流動時におけるフレッシュコンクリートの構成モデルは**図 - 3** に示す粘塑性モデルと仮定し，構成式は次式で表される。

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\left(\eta + \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi}}\right)\dot{\varepsilon}_{ij} \qquad \Pi \geq \Pi_c \quad (12)$$

ここで，τ_y は降伏値，η は塑性粘度，δ_{ij} はクロネッカーのデルタであり，$\Pi = 2\dot{\varepsilon}_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}$ である。また，流動開始値未満の不動時における構成モデルは**図 - 4** に示す高粘性の流体モデルと仮定し，構成式を次式で表す。

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\left(\eta + \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi_c}}\right)\dot{\varepsilon}_{ij} \qquad \Pi < \Pi_c \quad (13)$$

式(12)，(13)はどちらも $\Pi_c = (2\pi_c)^2$ とする。π_c は流動限界ひずみ速度で流動状態と不動状態の境目の降伏基準となる値である。π_c を次式で定義した。

$$\pi_c = \frac{\beta\tau_y}{\eta} \quad (14)$$

β の値は本手法における不動時とみなされる粒子の粘度を決定する。今回の解析では β の値を 0.02 とした。この値は，L 型フロー試験を対象に予備解析を行い解の安定性や計算時間を考慮し決定した。

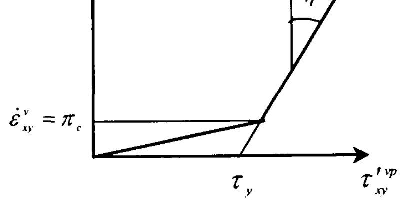


図 - 2 ビンガムモデル

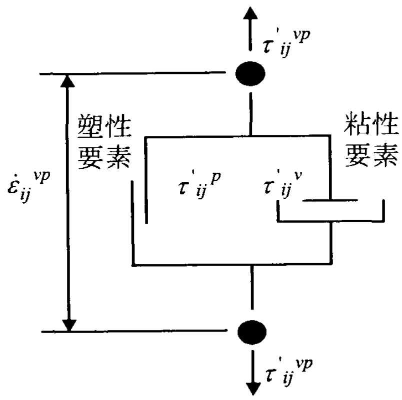


図 - 3 流動時

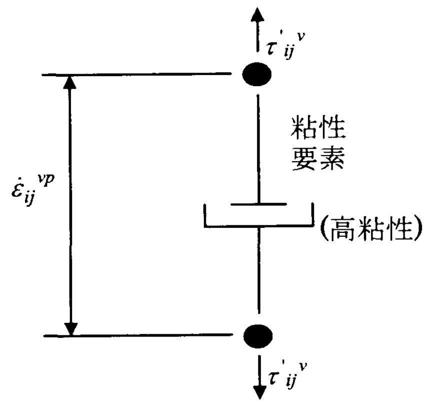


図 - 4 不動時

4. MPS 法によるフレッシュコンクリートの流動解析

式(12)，(13)での流動判定に用いられる Π は，前項で示したように次式で表される。

$$\Pi = 2\dot{\varepsilon}_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij} \quad (15)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{xx}{}^2 + \dot{\varepsilon}_{yy}{}^2 + \dot{\gamma}_{xy}{}^2/2 \quad (16)$$

$\dot{\varepsilon}_{xx}$ は x 方向のひずみ速度，$\dot{\varepsilon}_{yy}$ は y 方向のひずみ速度，$\dot{\gamma}_{xy}$ はせん断ひずみ速度である。各ひずみ速度は

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{xx} & \dot{\gamma}_{xy} \\ \dot{\gamma}_{yx} & \dot{\varepsilon}_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} & \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x}\right) \\ \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial v}{\partial x} + \dfrac{\partial u}{\partial y}\right) & \dfrac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (17)$$

で表され，式(4)を用い，次式より導出する。

$$\nabla \vec{u}_i = \left(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}\right) \quad (18)$$

$$\nabla \vec{v}_i = \left(\frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y} \right) \tag{19}$$

$\vec{u}_i$は粒子iにおけるx方向速度，$\vec{v}_i$はy方向速度である。

ここで導出された各ひずみ速度を式(16)に代入し，Πを求めることができる。

MPS法のフローチャートでは，毎ステップの位置が更新された後に次のステップでの粒子の流動判定を行っている。

5. 数値解析例

ここでは，本解析手法の妥当性を検討するために**図-5**に示すモデルでのL型フロー試験の流動解析を行ない，宮本らの実験と比較した。

図-6は本手法で**図-5**をモデル化したものである。外側に壁粒子，内側に境界粒子を配置し，管内に配置するフレッシュコンクリート粒子の総数を410粒子とした。

解析例として宮本らの実験と比較するため，降伏値を50，75，100，125Paの4ケースの解析を示す。また，降伏値の違いによるLフロー値の比較を行うため，塑性粘度を50Pa･sと一定とし，解析は時間ステップ0.0001sで行った。

今回の解析ではL型フロー試験機とフレッシュコンクリートの境界面は固定とした。

図-7は降伏値125Paでの時間とLフロー値（開口部から流動先端までの距離）との関係を示したものである。これより，はじめに勢いよく流れ出したフレッシュコンクリートが約6秒程度でLフロー値（34cm）付近に達し，その後はゆるやかな流れとなっているのが分かる。このため本研究では，粒子の90%以上が不動状態と判定されたときを流動停止とし，本解析値のLフロー値を求めた。また，降伏値を他の3ケースについて解析した。降伏値の値により流れ開始直後の曲線勾配には違いがでたが，その後は同じような傾向がみられた。

図-8に降伏値とLフロー値の関係を示す。比較のために宮本ら[6)]の行った実験値の近似曲線も同時に示した。**図-8**より本手法における結果は降伏値が小さくなるに従いLフロー値が大きくなり，実験値と同様な傾向が得られ，その値も実験値に近い値を示した。

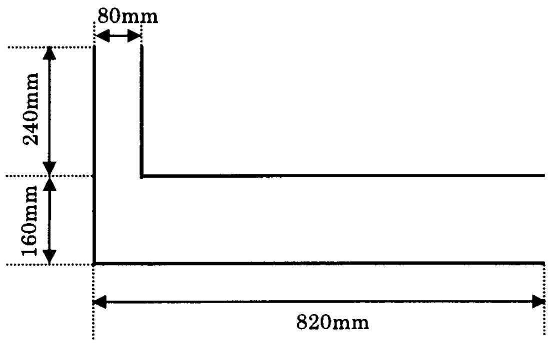


図-5 L型フロー試験解析

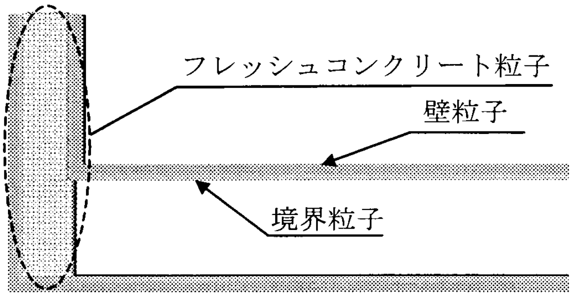


図-6 本手法でのモデル化

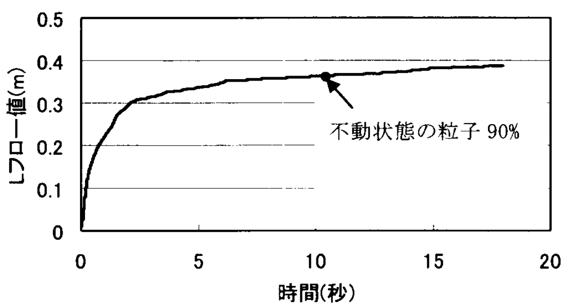


図-7 時間とLフロー値の関係（降伏値125Pa）

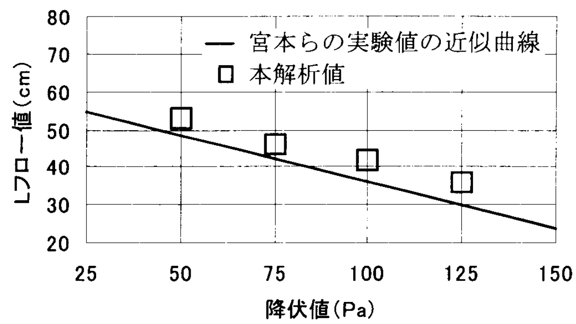
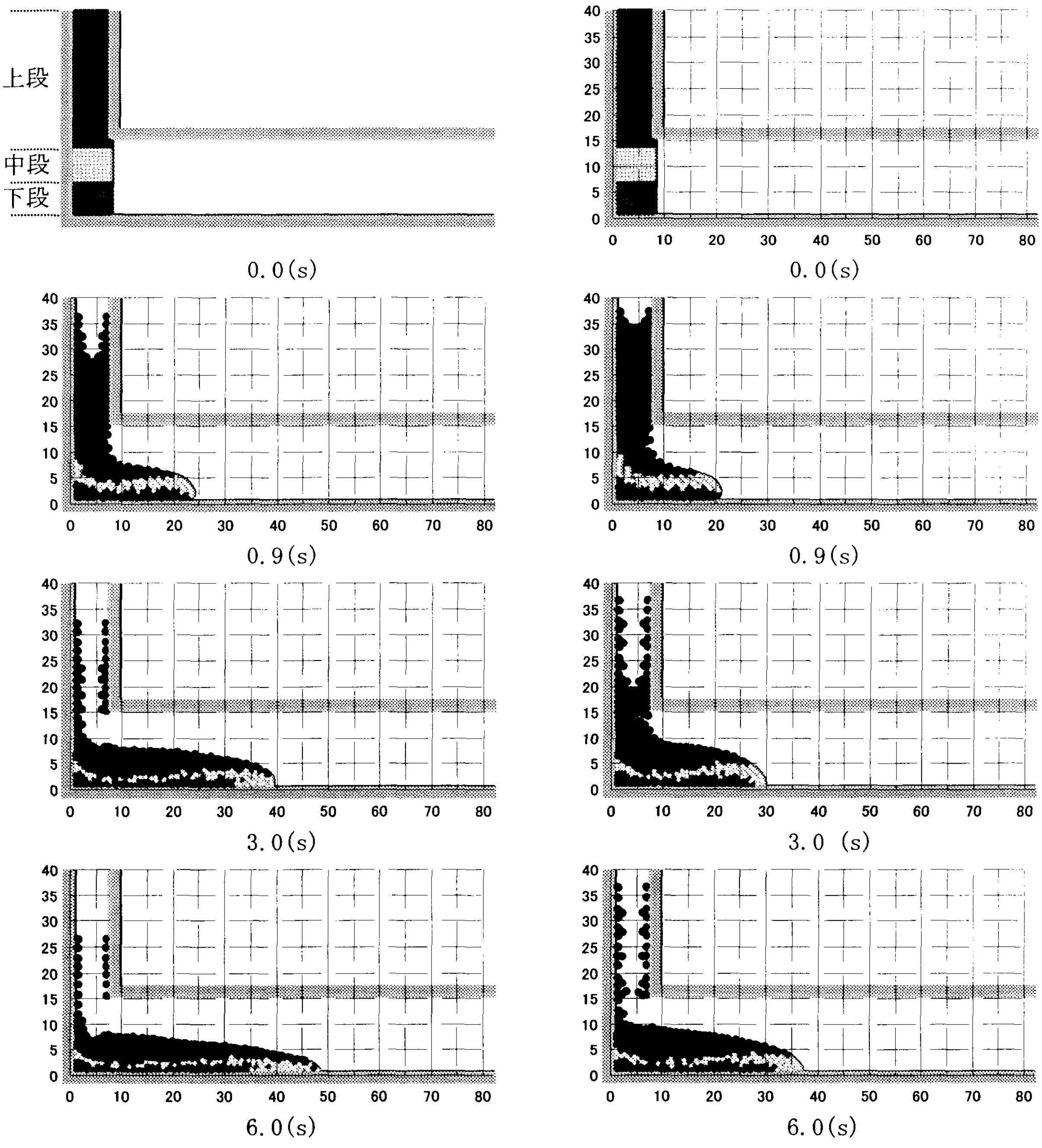


図-8 せん断応力降伏値とLフロー値の関係



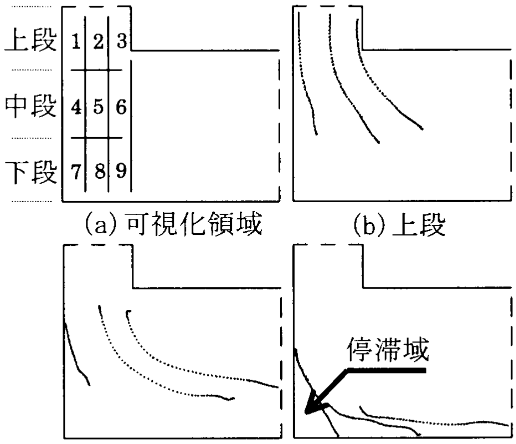
(a)降伏値 50pa　　(b)降伏値 125pa

図-9 Lフロー試験解析進行状況

図-9 は粒子数 410 でL型フロー試験の解析を行い，その流動進行状況を示した。**図-9(a)** は降伏値 50Pa, **図-9(b)** は降伏値 125Pa である。**図-9** よりフレッシュコンクリートが開口部より膨み出し，時間と共に流動している様子をシミュレートできているのが確認できる。また，両解析結果を比べると，降伏値の違いにより**図-9(b)** の方が**図-9(a)** よりLフロー値の値は小さく，壁面から 10cm 付近のフレッシュコンクリートの厚みが大きいことがわかる。

図-10 は佐藤ら[7]が行ったL型フロー試験の流動挙動の可視化実験結果を示したものである。実験では可視化領域をL型コーナー付近とし，**図-10(a)** のように分割している。**図-11** は本解析結果より流跡線を求めたものである。

解析結果は**図-10** と同様に左側の壁付近での鉛直方向の移動量が少なく，中段，下段のL型コーナー付近では停滞域が確認できた。



(a) 可視化領域　(b) 上段
(c) 中段　(d) 下段

図 - 10　佐藤らの実験
(L 型フロー試験の流跡線)

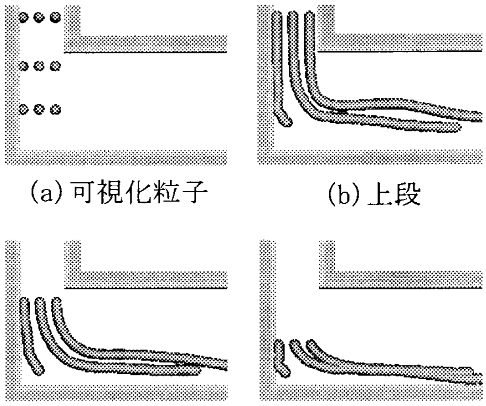

(a) 可視化粒子　(b) 上段
(c) 中段　(d) 下段

図 - 11 本解析結果の流跡線
(降伏値 125Pa)

6.　結論

本研究では粒子法の一種である MPS 法をフレッシュコンクリートの流動解析に適用し，数値解析例としてL型フロー試験を対象に流動解析のシミュレーションを行った。その結果，以下のようなことがわかった。

(1) MPS 法で用いられている離散化を使い，構成モデルとして，ビンガム流体と仮定したフレッシュコンクリートの流動解析方法を示した。

(2) L 型フロー試験を対象とした解析を行い，本手法から得た解析結果と宮本らが行った実験結果とを比較した。降伏値の増加に伴い L フロー値が減少し実験結果と同様な傾向が見られた。また，L フロー値は実験結果の近似曲線に近い値を得ることができた。

(3) フレッシュコンクリートの流動進行状態を MPS 法で表現するとにより，開口部からしだいに膨らみだし，時間とともに流れ出す状況を表現できた。

(4) 本手法から得られた流動状況と，佐藤らの行ったトレーサー粒子の流跡線との比較を行った結果，上段，中段，下段でそれぞれの流動特性を表すことができた。とくに下段においては，L 型フロー試験でみられる停滞域を表現することができた。

今後，3 次元解析を行い，実問題解析への適応を課題とする。

参考文献

1) 森博嗣，谷川恭雄：フレッシュコンクリートの流動解析技術の現状，コンクリート工学，Vol.32，No.12，pp.30-40，1994.12

2) 岡本篤樹，島崎洋治：有限要素法におけるビンガム流体の流動解析，計算工学講演会論文集，Vol.3，1998.5

3) 山田義智，桃原睦，大城武，：有限要素法によるフレッシュコンクリートの粘塑性流動解析，コンクリート工学年次講演会報告集，Vol23，No.2，pp253-258，2001

4) 富山潤，山田義智，伊良波繁雄，矢川元基：フリーメッシュ法によるフレッシュコンクリートの粘塑性流動解析，土木学会年次学術講演会，CD-ROM，2002

5) 越塚誠一：数値流体力学，インテリジェントエンジニヤリングシリーズ，培風館，p163，1997

6) 宮本欣明，山本康弘：J 型フロー試験による高流動コンクリートの流動特性・調合に関する研究，日本建築学会構造系論文集，No.547，pp.9-15，2001.9

7) 佐藤良一，若林正憲，橋本親典，辻幸和：超流動コンクリートのコンシステンシー評価試験の可視化，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.16，No.1，pp.189-194，1994.6